

# Identificación de parámetros de viscoelasticidad finita aplicada a la simulación del comportamiento mecánico de masa encefálica

E. Fancello<sup>†</sup>, L. Vigneron<sup>\*</sup>, L. Noels<sup>\*</sup>,  
J-P. Ponthot<sup>\*</sup>, R. Boman<sup>\*</sup>, L. Stainier<sup>\*</sup>

<sup>†</sup>Departamento de Engenharia Mecânica

Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC Brazil

<sup>\*</sup>Dépt. d'Electricité, Electronique et Informatique, Université de Liège, Belgique

<sup>\*</sup>Dépt. AéroSpatiale, Mécanique et matériaux (ASMA), Université de Liège, Belgique

## Abstract

Fue propuesto, en un artículo anterior de los autores un abordaje variacional capaz de abrigar un amplio conjunto de modelos constitutivos de viscoelasticidad finita, dependiendo de la elección de potenciales constitutivos que los caracterizan. Con el objetivo de simular la respuesta mecánica de masa encefálica el citado marco teórico/numérico fue utilizado para realizar un proceso de identificación de parámetros de material, de forma a ajustar la respuesta a curvas experimentales. Fueron utilizados modelos con diferente complejidad y número de parametros, comparando sus resultados. Finalmente, un ejemplo numérico muestra la aplicación de este modelo a la simulación de masa encefálica contenida en un cráneo durante una intervención quirúrgica.

## 1 Introducción

El objetivo de este trabajo es evaluar la capacidad de los modelos de viscoelasticidad propuestos en Fancello et. al. (2006) de representar las curvas experimentales obtenidas por Miller (1999) en las cuales un cuerpo de prueba de masa encefálica porcina es sometido a deformaciones de compresión finitas a diferentes velocidades de deformación. Esta identificación de parámetros de material es el primer paso para alcanzar una simulación consistente del comportamiento mecánico del tejido cerebral humano cuando sometido a procedimientos quirúrgicos.

Modelos constitutivos de visco-elasticidad adecuados para deformaciones finitas presentan una variedad de formulaciones diferentes y son todavía tema de investigación, principalmente asociados a aplicaciones biológicas y polímeros. La lista de citaciones posibles es grande pero deben ser mencionados los trabajos de Sidoroff (1974), Simo (1987), Le-Tallec et al.(1993), Holzapfel (1996), Reese and Govindjee (1998).

La formulación aquí presentada está incluida en un marco teórico para materiales inelásticos propuesto por Ortiz and Stainier, (1999) y Radovitzky and Ortiz (1999). Esta propuesta se caracteriza por calcular las tensiones dentro de cada incremento de carga como la derivada de un (pseudo) potencial elástico, de forma similar a los sólidos hiperelásticos. Cuando se particulariza para modelos isotrópicos, este abordaje permite representaciones espectrales simples para una amplia variedad de modelos particulares (Neo Hookean, Mooney-Rivlin, Ogden, etc.) dependiendo de las expresiones de las funciones (pseudo) potenciales utilizadas.

## 2 Formulación Incremental para modelos de visco-hiperelasticidad

Considere un cuerpo  $\mathcal{B}$  ocupando un dominio  $\Omega_0$  sometido a la acción de cargas externas. Denote  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t)$  al movimiento del cuerpo,  $\mathbf{F} = \nabla_0 \mathbf{x}$  el gradiente de las deformaciones,  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  al tensor de deformación de Cauchy y  $\mathbf{P}$  al Primerio tensor de Piola Kirchhoff. El problema de equilibrio puede

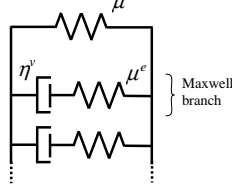


Figure 1: Generalized Kelvin-Maxwell model.

estar escrito de forma variacional (en la formulación Lagrangeana) como:

$$\int_{\Omega_0} \mathbf{P} \cdot \nabla_0 \delta \mathbf{x} \, d\Omega_0 - T F_e(\delta \mathbf{x}) = 0 \quad \forall \delta \mathbf{x} \in \mathcal{V}(\Omega_0) \quad (1)$$

donde  $\mathcal{V}(\Omega_0)$  es el espacio de las variaciones,  $\delta \mathbf{x}$ , y  $T F_e(\delta \mathbf{x})$  es el trabajo de las fuerzas externas. En el caso de materiales hiperelásticos,  $\mathbf{P}$  es directamente recuperado a partir de la derivada de la energía libre de Helmholtz en relación al gradiente de deformación  $\mathbf{F}$ . Esta propiedad no es más respetada en el caso de materiales disipativos, dependientes de la historia de deformación. No obstante, fue mostrado en (Ortiz and Stainier, 1999) y (Radovitzky and Ortiz, 1999) que pueden ser construidos potenciales a cada incremento de carga (potenciales incrementales) de forma que para cada incremento, el sólido responda en forma similar al modelo constitutivo hiperelástico. Esto significa que la actualización de los valores de tensión pueden ser escritos como la derivada del potencial incremental en relación al valor actual de deformación total. Denotando el conjunto de variables internas  $\mathcal{E} = \{\mathbf{F}, \mathbf{F}^i, \mathbf{Q}\}$ ,

$$\mathbf{P}_{n+1} = \frac{\partial \Psi(\mathbf{F}_{n+1}; \mathcal{E}_n)}{\partial \mathbf{F}_{n+1}} = 2\mathbf{F}_{n+1} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C}_{n+1}; \mathcal{E}_n)}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} \quad (2)$$

El tensor  $\mathbf{F}$  es descompuesto en forma multiplicativa en una parcela elástica  $\mathbf{F}^e$  e inelástica  $\mathbf{F}^i$  mientras que la cantidad  $\mathbf{Q}$  contiene el resto de las variables internas necesarias para describir la historia del proceso. El intervalo de tiempo es denominado  $[t_n, t_{n+1}]$  y se supone que todas las variables hasta el tiempo  $t_n$  son conocidas. Un conjunto apreciable de problemas inelásticos pueden ser descriptos con la ayuda del potencial incremental  $\Psi(\mathbf{F}_{n+1}; \mathcal{E}_n)$  que tiene la forma (ver (Ortiz and Stainier, 1999), (Fancello et al., 2006) para mayores detalles):

$$\Psi(\mathbf{F}_{n+1}; \mathcal{E}_n) = \Delta t \phi(\hat{\mathbf{F}}, \mathcal{E}_n) + \min_{\mathbf{F}_{n+1}^i, \mathbf{Q}_{n+1}} \left\{ W(\mathcal{E}_{n+1}) - W(\mathcal{E}_n) + \Delta t \psi(\hat{\mathbf{F}}^i, \hat{\mathbf{Q}}; \mathcal{E}_n) \right\} \quad (3)$$

$$W(\mathcal{E}) = \omega(\mathbf{F}) + \varphi^e(\mathbf{F}\mathbf{F}^{i-1}) + \varphi^i(\mathbf{F}^i, \mathbf{Q})$$

donde  $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{F}_{n+1}, \mathcal{E}_n)$ ,  $\hat{\mathbf{F}}^i(\mathbf{F}_{n+1}^i, \mathcal{E}_n)$  and  $\hat{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}_{n+1}, \mathcal{E}_n)$  son aproximaciones incrementales de  $\dot{\mathbf{F}}$ ,  $\dot{\mathbf{F}}^i$  y  $\dot{\mathbf{Q}}$  respectivamente. Los potenciales  $\phi$ ,  $\omega$ ,  $\varphi^e$ ,  $\varphi^i$ , y  $\psi$  incluidos en (3) toman diferentes expresiones dependiendo de las características de comportamiento deseadas. La minimización en (3) con respecto a las variables internas  $\mathbf{F}_{n+1}^i$  y  $\mathbf{Q}_{n+1}$  entrega las ecuaciones de evolución de estas variables, mientras que la derivada parcial del potencial  $\Psi$  en relación al gradiente de deformación  $\mathbf{F}_{n+1}$  evaluado en variables internas minimizadoras (ecuación (3)) permite encontrar a tensión de Piola Kirchhoff correspondiente. El trabajo presente foca la aplicación de estas expresiones para el caso de materiales viscoelásticos isotrópicos. Cabe destacar, no obstante, que isotropía no es una limitación teórica de esta propuesta y si, apenas, un caso particular en el cual pueden ser obtenidas expresiones simples y computacionalmente convenientes. Considere para este fin el modelo reológico mostrado en la Figura 1, usualmente conocido como modelo de Maxwell generalizado:

En este caso se distinguen dos brazos. El primero simboliza un comportamiento elástico (no disipativo) dependiente del valor total de deformación. Este brazo usualmente incorpora una separación entre deformación volumétrica e isocórica. La energía libre de deformación asociada es dada por:

$$\omega(\mathbf{F}) = \varphi(\hat{\mathbf{C}}) + U(J)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{F}}^T \hat{\mathbf{F}} \quad \hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J^{1/3}} \mathbf{F} \quad J = \det(\mathbf{F})$$

La función de energía libre  $\varphi$  depende de la parcela isocórica del tensor de Cauchy  $\hat{\mathbf{C}}$  a través de sus autovalores:

$$\varphi(\hat{\mathbf{C}}) = \varphi(c_1, c_2, c_3) \quad \hat{\mathbf{C}} = \sum_{j=1}^3 c_j \mathbf{E}_j \quad (4)$$

La función de energía libre volumetrica  $U$  depende del determinante de  $\mathbf{F}$  a través del modulo  $K$  del material:  $U(J) = \frac{K}{2} [\ln J]^2$ . El segundo brazo, conocido como brazo de Maxwell, considera una separación de deformaciones elásticas y viscosas (disipativas). El gradiente de deformación isocórica  $\hat{\mathbf{F}}$  es descompuesto (en forma multiplicativa) en parte elástica y disipativa, ambas isocóricas. Este y la velocidad de deformación viscosa  $\mathbf{D}^v$  son definidos como

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^v \implies \hat{\mathbf{F}}^e = \hat{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{v-1} \quad \det \mathbf{F}^v = 1 \quad (5)$$

$$\mathbf{D}^v = \text{sym}(\mathbf{L}^v) = \mathbf{L}^v = \dot{\mathbf{F}}^v \mathbf{F}^{v-1} = \sum_{j=1}^3 \dot{q}_j^v \mathbf{M}_j^v \quad (6)$$

donde  $\dot{q}_j^v$  and  $\mathbf{M}_j^v$ ,  $j = 1, 2, 3$ , son autovalores y autoproyecciones de  $\mathbf{D}^v$ . Escalares  $\dot{q}_j^v$  definen la *amplitud* de la velocidad de deformación viscosa y son escogidas para actuar como variables internas del conjunto  $\dot{\mathbf{Q}}$ . La aproximación incremental de  $\mathbf{D}^v$  puede ser calculada a través del denominado mapeamiento exponencial (Anand and Weber, 1990) de forma que

$$\mathbf{D}^v = \frac{1}{2\Delta t} \ln(\Delta \mathbf{C}^v) = \sum_{j=1}^3 \frac{\Delta q_j^v}{\Delta t} \mathbf{M}_j^v = \sum_{j=1}^3 \dot{q}_j^v \mathbf{M}_j^v.$$

El potencial elástico  $\varphi^e$  y potencial viscoso  $\psi$  asociados a este brazo son consideradas funciones isotrópicas dependientes repectivamente de la deformación elástica y de la tasa de deformación viscosa a travez de sus autovalores:

$$\varphi^e(\hat{\mathbf{C}}^e) = \varphi^e(c_1^e, c_2^e, c_3^e), \quad \psi(\mathbf{D}^v) = \psi(\dot{q}^v, \dot{q}^v, \dot{q}^v) \quad (7)$$

Los potenciales  $\varphi^i$  y  $\phi$  son nulos en este modelo. El conjunto de variables internas queda reducido a las cantidades espectrales  $\Delta q_j^v$  y  $\mathbf{M}_j^v$  que substituyen las variables de minimización  $\mathbf{Q}_{n+1}, \mathbf{F}_{n+1}^v$  en (3). El potencial incremental  $\Psi$  es re-escrito como:

$$\Psi(\mathbf{C}_{n+1}; \mathcal{E}_n) = \Delta\varphi(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}) + \Delta U(J_{n+1}) + \min_{\mathbf{M}_j^v, \Delta q_j^v} \left\{ \Delta\varphi^e(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}^e) + \Delta t \psi \left( \frac{\Delta q_j^v}{\Delta t} \right) \right\} \quad (8)$$

$$\Delta\varphi(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}) = \varphi(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}) - \varphi(\hat{\mathbf{C}}_n) \quad (9)$$

$$\Delta\varphi^e(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}^e) = \varphi^e(\hat{\mathbf{C}}_{n+1}^e) - \varphi^e(\hat{\mathbf{C}}_n^e) \quad (10)$$

$$\Delta U(J_{n+1}) = U(J_{n+1}) - U(J_n) \quad (11)$$

La operación de minimización es restricta por las condiciones que aseguran trazo nulo de  $\mathbf{D}^v$  y propiedades de ortogonalidad de las autoproyecciones.

$$\Delta q_j^v \in K_Q = \{p_j \in \mathbb{R}^1 : p_1 + p_2 + p_3 = 0\} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_j^v \in K_M = \{\mathbf{N}_j \in \text{Sym} : \mathbf{N}_j \cdot \mathbf{N}_j = 1, \quad \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j = 0, \quad i \neq j\} \quad (13)$$

Se mostra en (Fancello et al., 2006) que la minimización en (8) con respecto a  $\mathbf{M}_j^v$  asegura propiedades de colinearidad entre los tensores  $\hat{\mathbf{C}}_{n+1}^e, \hat{\mathbf{C}}^{pr} = \mathbf{F}_n^{v-T} \hat{\mathbf{C}}_{n+1} \mathbf{F}_n^{v-1}$  y  $\mathbf{D}^v$  o, equivalentemente, entre  $\mathbf{E}_j^{pr}, \mathbf{E}_j^e$ , y  $\mathbf{M}_j^v$ . Por otro lado, la minimización con respecto a  $\Delta q_j^v$  provee un conjunto de ecuaciones no-lineares cuya solución entrega los valores de las variables internas  $\Delta q_1^v, \Delta q_2^v, \Delta q_3^v$  necesarias para el cálculo de la tension del incremento.

Una vez terminado el proceso de minimización, se calcula la derivada parcial de  $\Psi$  con relación a  $\mathbf{C}_{n+1}$  (y consecuentemente en relación a  $\hat{\mathbf{C}}_{n+1}$  y  $J_{n+1}$ ) para obtener el tensor de Piola-Kirchhoff:

$$\mathbf{P}_{n+1} = 2\mathbf{F}_{n+1} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C}_{n+1})}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} = \mathbf{F}_{n+1} \left[ 2J_{n+1}^{-2/3} \text{DEV} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \hat{\mathbf{C}}_{n+1}} + \frac{\partial \varphi^e}{\partial \hat{\mathbf{C}}_{n+1}^e} \right) + \frac{\partial U}{\partial J_{n+1}} J_{n+1} \mathbf{C}_{n+1}^{-1} \right] \quad (14)$$

### 3 Modelos de Material

Es importante notar que el abordaje propuesto independe de expresiones particulares para los potenciales (isotrópicos)  $\varphi$ ,  $\varphi^e$ . Potenciales basados en modelos de tipo Ogden son interesantes debido a su flexibilidad de representación así como poseen la capacidad de generalizar otros modelos como Neo-Hookean y Mooney-Rivlin. Expresiones generales para estas funciones son (el mismo símbolo  $\alpha_p$  es usado en todas las expresiones por motivos de simplicidad de notación, no obstante pueden tomar valor diferente en cada función):

$$\varphi = \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} ([\exp(\epsilon_j)]^{\alpha_p} - 1); \quad \phi = \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^N \frac{\eta_p}{\alpha_p} ([\exp(d_j)]^{\alpha_p} - 1) \quad (15)$$

$$\varphi^e = \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p^e}{\alpha_p} ([\exp(\epsilon_j^e)]^{\alpha_p} - 1); \quad \psi = \sum_{j=1}^3 \sum_{p=1}^N \frac{\eta_p^v}{\alpha_p} ([\exp(d_j^v)]^{\alpha_p} - 1) \quad (16)$$

Dado que las proposiciones generales (15) poseen un número significativo de parametros que puede crecer en función del número de brazos de Maxwell utilizados, algunas estrategias pueden ser lanzadas para limitar este número a valores convenientes. Una de ellas es relacionar los brazos de Maxwell a los parámetros del brazo elástico, o sea definir

$$\varphi^e(\epsilon^e) = \beta \varphi(\epsilon^e) \quad \psi(d^v) = \tau \varphi^e(d^v) \quad (17)$$

El parámetro adimensional  $\beta = \mu_p^e/\mu_p$  es un factor de proporcionalidad entre los términos elásticos de ambos brazos. Por otro lado, el parámetro  $\tau = \eta_p^v/\mu_p^e$  define una relación entre la parcela elástica y disipativa en el mismo brazo de Maxwell. En caso que otros brazos sean incorporados, nuevos factores de proporcionalidad aparecerán como variables de material. El modelo quasi-incompresible Mooney-Rivlin es definido como una función del primer y segundo invariante del tensor de Cauchy.

$$\begin{aligned} \varphi &= C_1 (\hat{I}_1 - 3) + C_2 (\hat{I}_2 - 3) \\ \hat{I}_1 &= \text{tr } \hat{\mathbf{C}} \quad \hat{I}_2 = \frac{1}{2} ((\hat{I}_1)^2 - \text{tr } (\hat{\mathbf{C}})^2) \end{aligned}$$

El modelo de Ogden puede ser reducido al modelo de Mooney-Rivlin mediante la siguiente equivalencia de parámetros:

$$N = 2, \quad \mu_1 = 2C_1, \quad \mu_2 = -2C_2, \quad \alpha_1 = -\alpha_2 = 2$$

### 4 Identificación de parámetros para el caso de tejido encefálico

En esta sección la formulación propuesta es testada para ajustar las curvas experimentales extraídas del trabajo de Miller (1999), representando ensayos de compresión de un cuerpo de prueba para deformaciones del orden de 30% y velocidades de deformación entre  $0.64 \times 10^{-5}$  y  $0.64$  1/s. Fué ya comentado que una elección apropiada de los parámetros en el modelo de Ogden permite reproducir los modelos de Mooney-Rivlin y Neo-Hookean. En el presente trabajo esta propiedad fue utilizada y fueron tratados seis casos diferentes. Los dos primeros corresponden a un material de tipo Mooney-Rivlin con un y dos brazos de Maxwell respectivamente. Los restantes cuatro casos analizan el modelo de Ogden con  $N = 1, 2$  y utilizando también un y dos brazos de Maxwell. La identificación fue realizada mediante la técnica de mínimos cuadrados del error con restricciones laterales para las variables. Un punto en discusión es el conjunto de restricciones al que deben ser sometidos los parámetros para que estos satisfagan límites termodinamicamente consistentes en la energía libre. Polinomiales simples como las descriptas por modelos como Neo-Hookean o Mooney-Rivlin son sujetas a respetar condiciones sobre los parámetros como  $C_1 > 0$ ,  $C_2 \geq 0$  para satisfacer positividad de la energía libre de deformación [13]. La denominada propiedad de policonvexidad fue adoptada como una condición suficiente, tratable matematicamente, para garantizar la existencia de al menos un minimizador de la energía libre en un problema de condición de contorno. Sin embargo, expresiones complejas como las de Ogden no necesariamente satisfacen esta propiedad dependiendo de sus parámetros y no resulta fácil imponer límites a estos para asegurar esta propiedad. Un procedimiento práctico parece ser la utilización del mayor número posible de ensayos

Table 1: Parámetros de Material.

Modelo	Parámetros		Residuo $\frac{r(\mathbf{p})}{1 \times 10^4}$
	Brazo elástico principal	Brazo de Maxwell	
Mooney4	$N = 2 :$ $C_1 = \mu_1 = 0$ $C_2 = -\mu_2 = 307.22$ $(\alpha_1 = -\alpha_2 = 2)$	1 brazo: $\beta_1 = 4.1220$ $\tau_1 = 17.258$	59.001
Mooney6	$N = 2 :$ $C_1 = \mu_1 = 0$ $C_2 = -\mu_2 = 264.93$ $(\alpha_1 = -\alpha_2 = 2)$	2 brazos: $\beta_1 = 1.8779$ $\tau_1 = 1725.6$ $\beta_2 = 3.2815$ $\tau_2 = 2.6588$	49.305
Ogden4	$N = 1 :$ $\mu_1 = -33.981$ $\alpha_1 = -8.0064$	1 brazo: $\beta_1 = 4.4983$ $\tau_1 = 49.710$	10.394
Ogden6a	$N = 2 :$ $\mu_1 = -803.36$ $\alpha_1 = -8.2748$ $\mu_2 = -475.17$ $\alpha_2 = -3.5808$	1 brazo: $\beta_1 = 4.6150$ $\tau_1 = 78.514$	6.8709
Ogden6b	$N = 1 :$ $\mu_1 = -33.685$ $\alpha_1 = -7.9093$	2 brazos: $\beta_1 = 2.1791$ $\tau_1 = 402.27$ $\beta_2 = 3.1597$ $\tau_2 = 2.0530$	5.7211
Ogden8	$N = 2 :$ $\mu_1 = 1356.5$ $\alpha_1 = -1.0543$ $\mu_2 = -440.62$ $\alpha_2 = -3.6237$	2 brazos: $\beta_1 = 2.4226$ $\tau_1 = 407.74$ $\beta_2 = 3.2135$ $\tau_2 = 1.1416$	3.2671
Mooney 6 irrestricto	$N = 2 :$ $C_1 = \mu_1 = -803.36$ $C_2 = -\mu_2 = 827.48$ $(\alpha_1 = -\alpha_2 = 2)$	2 brazos: $\beta_1 = 2.8456$ $\tau_1 = 47763$ $\beta_2 = 4.3033$ $\tau_2 = 9.6767$	0.9269

(tracción, compresión, cisallamiento, etc.) en el rango de aplicación esperado. Para el presente caso, fueron evitados parámetros negativos para los modelos de Mooney-Rivlin.

Fué rodado un último caso en el cual la restricción sobre señal de los parámetros de Mooney fue eliminada. Esto provocó excelentes resultados para los ensayos compresivos, pero valores físicamente inconsistentes para deformaciones tractivas. Los resultados de ajuste para cada caso estan dados en las Tablas 1:

La Figura 2 muestran las curvas de la tensión de Piola Kirchhoff (ingeniería) versus la deformación natural o logarítmica para los dados experimentales

Para el presente caso, los modelos de Mooney muestran poca flexibilidad para ajustes a la curvatura de los resultados experimentales. Puede observarse que fue obtenido un coeficiente  $C_1 = 0.0$  en ambos casos, valor que surge de la imposición de restricción límite inferior 0 (zero) para esta variable.

En el caso de disponer valores experimentales de apenas un tipo de ensayo (por ejemplo solamente compresión uniaxial), es necesario un cierto cuidado en el proceso de identificación. La Figura 3 muestra que si la minimización es realizada sin restricciones, se pueden montar curvas de ajuste excepcionalmente satisfactorias (ver Residuo en Tabla 1). Sin embargo, la Figura 4 muestra que el material identificado, si sometido a un intervalo de deformación  $[-0.3, 0.3]$ , se comporta en forma inconsistente para deformaciones positivas, produciendo tensiones de compresión. Esta observación enfatiza la necesidad de disponer de ensayos de diferentes naturalezas para realizar un ajuste adecuado de parámetros, principalmente si el modelo propuesto es suficientemente flexible ([1]).

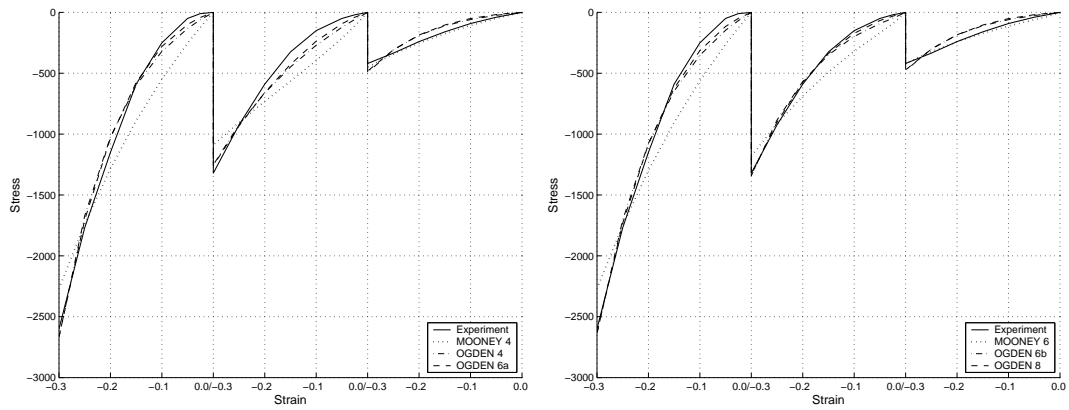


Figure 2: Curvas tensión-deformación.

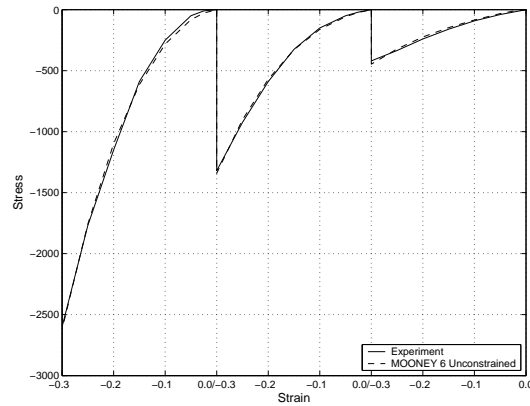


Figure 3: Curva tensión/deformación experimental y producida por el modelo Mooney6 con parámetros irrestrictos. .

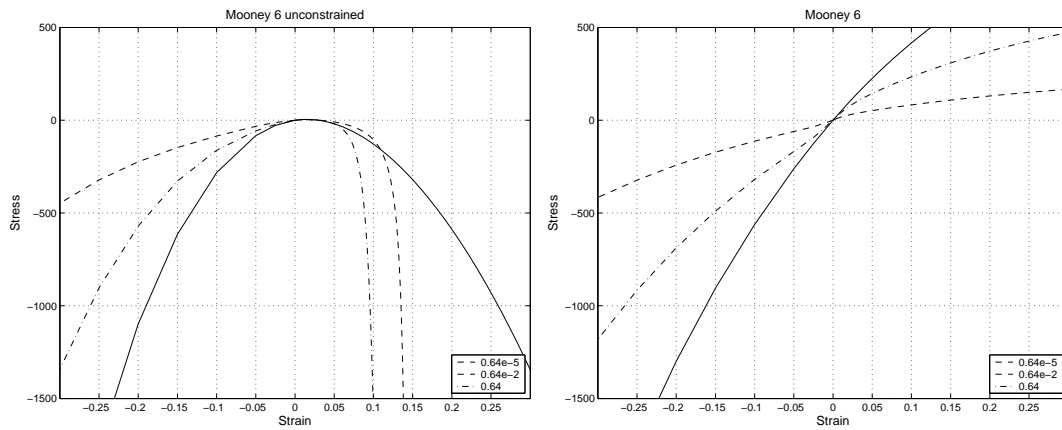


Figure 4: Curvas tensión/deformación del modelo Mooney6 usando parámetros identificados en conjunto irrestricto y restringido.

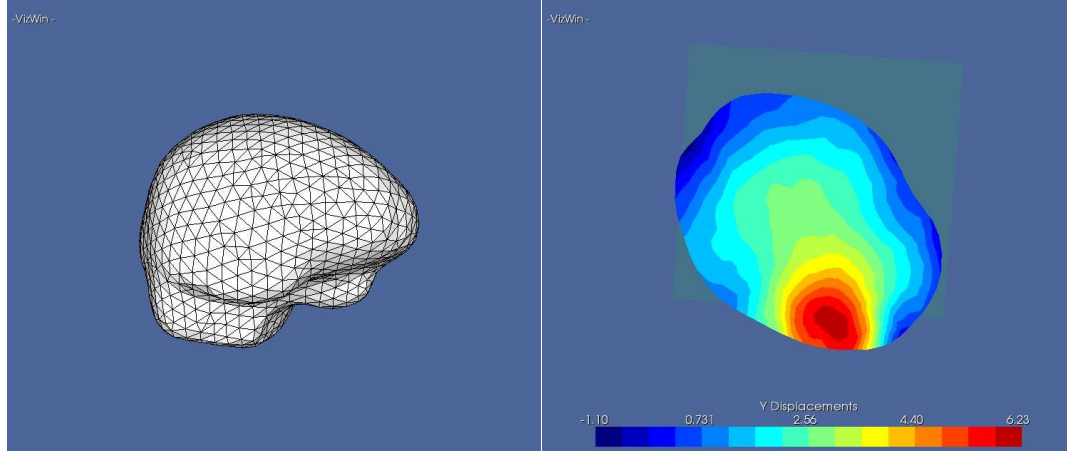


Figure 5: (a) Malha construida a partir de Resonancia Magnética (b) Campo de desplazamientos simulado usando modelo Ogden8.

## 5 Ejemplo de aplicación

Esta sección es fundamentalmente ilustrativa y muestra una aplicación actualmente en curso del modelo constitutivo presentado. La Figura 5 ilustra la simulación del comportamiento mecánico de un cuerpo cerebral humano. La construcción del modelo numérico consta de los siguientes pasos. A través de una imagen producida por Resonancia Magnética (RM), se construye la descripción de la superficie utilizando el aplicativo 3D SLICER<sup>1</sup>. A partir de esta descripción, se procede a su triangularización con el código ISOSURF<sup>2</sup>. La malha resultante se muestra en la Figura 5(a). A partir de esta triangularización de la superficie, se utiliza un generador de malhas tetraédricas (TETGEN<sup>3</sup>). Con el objetivo introducir información experimental en el modelo, el campo de desplazamientos de la superficie es rastreado mediante imágenes de Resonancia Magnética capturada en dos momentos de la intervención quirúrgica. La primera imagen es tomada antes de la abertura craneana, la segunda imagen es capturada posteriormente a la abertura craneana, mostrando un movimiento encefálico debido a alivio de presiones internas y drenaje del líquido cerebroespinal. El desplazamiento superficial mensurado mediante la diferencia entre las dos imágenes es impuesto sobre el modelo como forma de observar el comportamiento mecánico en el interior del cerebro. Este análisis mecánico fue realizado con el código METAFOR<sup>4</sup>. La Figura. 5(b) muestra los resultados del campo de desplazamientos en la dirección  $y$  (lateral) sobre un corte transversal del cerebro. Para este análisis fue utilizado el modelo "Ogden8" con los parámetros correspondientes identificados. El estudio de estos resultados y su comparación para diferentes propiedades de material es asunto de trabajos en curso.

## 6 Comentarios y conclusiones

Este trabajo muestra la aplicación de un modelo propuesto para viscoelasticidad finita en la identificación de parámetros de material para representación del comportamiento mecánico de masa encefálica a partir de curvas experimentales compresivas a diferentes velocidades de deformación.

De los resultados numéricos obtenidos, se pueden tejer un conjunto de comentarios. La formulación propuesta se mostró suficientemente flexible para ajustarse a las curvas experimentales disponibles, inclusive con un número adecuadamente pequeño de parámetros. Dentro de los casos testados, el material de tipo Mooney-Rivlin se presenta como insuficiente para ajustarse a curvas con grandes diferencias de rigidez entre tracción y compresión. Este hecho ya habia sido resaltado por [6]. Todos los casos de Ogden se mostraron adecuados, siendo que su comportamiento mejora a medida que aumenta el número de

<sup>1</sup>[www.slicer.org/](http://www.slicer.org/)

<sup>2</sup><http://mi.eng.cam.ac.uk/~gmt11/software/isosurf/isosurf.html>

<sup>3</sup><http://tetgen.berlios.de/>

<sup>4</sup>[http://garfield.ltas.ulg.ac.be/oo\\_meta/](http://garfield.ltas.ulg.ac.be/oo_meta/)

términos y consecuentemente el número de parámetros a identificar. Los ejemplos enfatizan el cuidado que debe ser tomado en el proceso de identificación. Dependiendo del modelo utilizado, el conjunto de parámetros de material identificado puede ser adecuado para representar un determinado rango de deformaciones y ser inadecuado para otro, pudiendo derivar en resultados erróneos a punto de violar principios termodinámicos. Estos aspectos están relacionados a las características de policonvexidad de los potenciales, propiedad que, para ciertos modelos depende de los valores de parámetros utilizados. Caso sea posible, deben ser utilizadas restricciones que garanticen esta propiedad. Caso contrario, es conveniente la utilización del mayor número de informaciones experimentales disponibles de forma a garantizar comportamiento satisfactorio para todo el rango de simulación deseado.

### Agradecimientos

Eduardo Fancello agradece *CAPES* y *CNPq*, Brasil, por el auxilio financiamiento a esta investigación.

## References

- [1] G. Dhondt. *The Finite Element Method for Three-dimensional Thermomechanical Applications*. Wiley, Chichester, England, 2004.
- [2] E. Fancello, J-P. Ponthot, and L. Stainier. A variational formulation of constitutive models and updates in nonlinear finite viscoelasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 65:1831–1864, 2006.
- [3] L. Anand G. Weber. Finite deformations constitutive equations and a time integration procedure for isotropic hyperelastic-viscoplastic solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 79:173–202, 1990.
- [4] G.A. Holzapfel. On large viscoelasticity: continuum formulation and finite element applications to elastomeric structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39:3903–3926, 1996.
- [5] K. Miller. Constitutive model of brain suitable for finite element analysis of surgical procedures. *Journal of Biomechanics*, 32:531–537, 1999.
- [6] K. Miller and K. Chinzei. Mechanical properties of brain tissue in tension. *Journal of Biomechanics*, 35:483–490, 2002.
- [7] M. Ortiz and L. Stainier. The variational formulation of viscoplastic constitutive updates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 171:419–444, 1999.
- [8] A. Kaiss P. Le Tallec, C. Rahier. Three-dimensional incompressible viscoelasticity in large strains: formulation and numerical approximation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 109:223–258, 1993.
- [9] R. Radovitzky and M. Ortiz. Error estimation and adaptive meshing in strongly nonlinear dynamic problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 172:203–240, 1999.
- [10] S. Reese and S. Govindjee. A theory for finite viscoelasticity and numerical aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 35:3455–3482, 1998.
- [11] F. Sidoroff. Un modèle viscoélastique non linéaire avec configuration intermédiaire. *Journal de Mécanique*, 13:679–713, 1974.
- [12] J.C. Simo. On a fully three dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 60:153–173, 1987.
- [13] C. Truesdell and W. Noll. *The non-linear field theories of mechanics*. In: *S. Flügge (Ed.), Encyclopedia of Physics. Vol III/3*. Springer, Berlin, 1965.